Badania operacyjne z wykorzystaniem WinQSB

Dariusz Siudak

Wydawnictwo C.H.Beck

Badania operacyjne

z wykorzystaniem

WinQSB

Badania operacyjne z wykorzystaniem **WinQSB**

Dariusz Siudak

WYDAWNICTWO C.H.BECK
WARSZAWA 2014

Wydawca: Dorota Ostrowska-Furmanek
Redakcja merytoryczna: Danuta Kamińska-Hass
Recenzent: dr hab. Kazimierz Waćkowski, prof. PW
Projekt okładki i stron tytułowych: Maryna Wiśniewska
Ilustracja na okładce: © Mark Evans/iStockphoto.com

Seria: Metody ilościowe

Publikacja dofinansowana przez Zakład Ekonomii Instytutu Nauk Społecznych i Zarządzania Technologiami Politechniki Łódzkiej

Złożono programem TEX

Wydawnictwo C.H.Beck Sp. z o.o.
ul. Bonifraterska 17, 00-203 Warszawa

Skład i łamanie: Wydawnictwo C.H.Beck
Druk i oprawa: Totem, Inowrocław

ISBN 978-83-255-6074-4
e-book 978-83-255-6075-1

Spis treści

Wykaz stosowanych skrótów

CM – metoda minimalnego elementu kolumny (*Column Minimum*),
DCD – długość cyklu dostaw,
EOQ – wielkość pojedynczego zamówienia (*Economic Order Quantity*),
EVPI – wartość oczekiwana doskonałej informacji (*Expected Value of Prefect Information*),
EVWOPI – wartość oczekiwana bez doskonałej informacji (*Expected Value without Perfect Information*),
EVWPI – wartość oczekiwana z doskonałą informacją (*Expected Value with Perfect Information*),
IRR – wewnętrzna stopa zwrotu (*Internal Rate of Return*),
MCM – zmodyfikowana metoda minimalnego elementu kolumny (*Modified Column Minimum*),
MIRR – zmodyfikowana wewnętrzna stopa zwrotu (*Modified Internal Rate of Return*),
MM – metoda minimalnego elementu macierzy kosztów (*Matrix Minimum*),
MNPV – zmodyfikowana wartość obecna netto (*Modified Net Present Value*),
MPI – zmodyfikowany współczynnik rentowności (*Modified Profitability Index*),
MRM – zmodyfikowana metoda minimalnego elementu wiersza (*Modified Row Minimum*),
NCW – metoda kąta północno-zachodniego (*Northwest Corner Method*),
NPV – wartość obecna netto (*Net Present Value*),
OZT – otwarte zadanie transportowe,
PI – współczynnik rentowności (*Profitability Index*),
R.H.S. – prawa strona warunków ograniczających (*Right Hand Side*),
RAM – metoda RAM, metoda Rossella (*Rossell's Approximation Method*),
RM – metoda minimalnego elementu wiersza (*Row Minimum*),
VAM – metoda VAM, metoda Vogla (*Vogel's Approximation Method*),
WinQSB – program do rozwiązywania zadań z zakresu programowania matematycznego (*Windows Quantitative Support for Business*),
ZZT – zamknięte zagadnienie transportowe.

Wstęp

Badania operacyjne są dyscypliną zajmującą się rozwiązywaniem problemów decyzyjnych wówczas, gdy można je przedstawić (modelować) w postaci matematycznej. Pojęciem sytuacji decyzyjnej będziemy nazywać ogół czynników, które wyznaczają postępowanie decyzyjne podmiotu podejmującego decyzje zwanego krótko decydentem. W każdej sytuacji decyzyjnej pojawiają się:

– decydent,
– okoliczności przyczynowe wywołujące sytuację decyzyjną,
– zbiór decyzji dopuszczalnych,
– kryteria wyboru decyzji do realizacji.

Ostateczna decyzja nie musi być identyczna z decyzją optymalną uzyskaną w wyniku rozwiązania zadania decyzyjnego.

Można wymienić kilka przyczyn zastosowania metod badań operacyjnych do rozwiązania określonej klasy problemów decyzyjnych w przedsiębiorstwie [Anderson, Sweeney, Williams, 2000, s. 6]:

– Problem jest skomplikowany i decydent nie może uzyskać zadowalającego rozwiązania bez wspomagania analizami ilościowymi.
– Problem jest szczególnie ważny i decydent potrzebuje pełnej analizy przed podjęciem decyzji.
– Problem jest nowy i decydent nie posiada wymaganego doświadczenia.
– Problem jest powtarzalny i decydent oszczędza czas i wysiłek, przygotowując decyzję na podstawie procedur ilościowych.

Podstawą do podjęcia optymalnej decyzji za pomocą metod badań operacyjnych jest model decyzyjny uprzednio przygotowany w postaci matematycznej. Model ten na poziomie wejścia składa się z niekontrolowanych danych wejściowych (wynikają one z określonej sytuacji decyzyjnej w przedsiębiorstwie i określają tzw. warunki ograniczające) oraz kontrolowalnych danych wejściowych (identyfikacja zmiennych decyzyjnych). Model decyzyjny na poziomie wyjścia dostarcza informacji o możliwości rozwiązania optymalnego, a jeśli takie jest osiągalne, to uzyskuje się wartość optymalizowanej funkcji celu, a także wartości zmiennych decyzyjnych (rezultat) oraz czas wykonania obliczeń.

Jeżeli niekontrolowane dane wejściowe są znane lub możliwe do oszacowania i jednocześnie nie ulegają zmianie, model decyzyjny jest modelem deterministycznym. Mówimy wówczas, że warunki działania przedsiębiorstwa w obszarze rozpatrywanego problemu decyzyjnego są zdeterminowane. Jeżeli niekontrolowane dane wejściowe nie są znane i jednocześnie nie można ich wielkości dokładnie oszacować bądź znany jest jedynie zakres wartości, jakie mogą przyjmować, to wówczas model decyzyjny jest nazywany modelem stochastycznym lub probabilistycznym. Oba rodzaje modeli decyzyjnych będą przedmiotem rozważań w niniejszej pracy.

Nie wszystkie problemy decyzyjne dają się przedstawić w postaci matematycznej. Rozwiązywanie takich problemów nie może być wspomagane badaniami operacyjnymi.

W pracy przedstawiono wybrane zagadnienia badań operacyjnych. Dotyczą one problemów decyzyjnych w obszarze zarządzania przedsiębiorstwem, ekonomiki i organizacji produkcji. Kolejne rozdziały pracy to:

1) programowanie liniowe;
2) zagadnienia transportowe;
3) modele gospodarki zapasami;
4) gry decyzyjne i analiza decyzji;
5) łańcuchy Markowa.

Każde z prezentowanych zagadnień zawiera minimalny wykład teoretyczny oraz przynajmniej jeden przykład numeryczny w postaci zadania. Każdy przykład jest rozwiązany z wykorzystaniem oprogramowania pod nazwą WinQSB (*Windows Quantitative Support for Business*). Program ten wspomaga użytkownika w realizacji procesu numerycznego (obliczeniowego). Stosowanie programu komputerowego do rozwiązywania określonych problemów decyzyjnych jest warunkiem koniecznym, gdyż przeprowadzanie ręcznych obliczeń jest procesem żmudnym, wymagającym dość dużego nakładu pracy, a przez to przygotowanie optymalnej decyzji może być zbyt kosztowne w relacji do możliwych korzyści z jej zastosowania. Ponadto ręczne obliczenia są podatne na błędy rachunkowe, co w takiej sytuacji prowadzi do rekomendacji decyzji nieefektywnej z ekonomicznego punktu widzenia, przy jednoczesnym uwzględnieniu kosztu jej przygotowania. Zastosowanie arkusza kalkulacyjnego również może być nieefektywne ze względu na czas i wysiłek przy konstruowaniu arkusza do odpowiedniego modelu decyzyjnego oraz przy jego ewentualnej przebudowie (np. w przypadku rozszerzenia jego wymiarów). Indywidualne stosowanie arkusza kalkulacyjnego może również prowadzić do błędów na etapie przygotowania i konstrukcji modelu decyzyjnego w arkuszu.

Omawiane w pracy przykłady pokazują kolejne etapy wykorzystania programu WinQSB – od wprowadzenia danych wejściowych do uzyskania rozwiązania i poszczególnych raportów wynikowych. Poszczególne kroki dochodzenia do rozwiązania w programie WinQSB zostały zilustrowane licznymi zrzutami z ekranu przygotowanymi przez Autora.

Pakiet oprogramowania WinQSB jest dostępny w trybie *open source*, na stronie internetowej `http://winqsb.softonic.pl/`. W przypadku pracy na najnowszych wersjach systemu operacyjnego Windows, użytkownik może napotkać pewne problemy uniemożliwiające instalację programu WinQSB. Wówczas najlepiej jest wyszukać w wyszukiwarce internetowej instrukcję postępowania w celu poprawnej instalacji WinQSB. Warto tu wspomnieć o dwóch cechach WinQSB, o których należy pamiętać, pracując w tym programie, a mianowicie o tym, że w większości modułów programu WinQSB są zamieszczane daty wygenerowania raportów (daty te są zapisywane w standardzie amerykańskim, tj. mm-dd-rrrr) oraz że na oznaczenie liczb dziesiętnych używa się kropki, a nie przecinka.

Niniejszy podręcznik umożliwia:

- zapoznanie się z określonymi rodzajami zadań decyzyjnych rozwiązywalnych za pomocą metod i modeli badań operacyjnych od strony teoretyczno-metodycznej,
- poznanie funkcjonalności programu WinQSB, wspomagających samodzielne rozwiązywanie określonej klasy problemów decyzyjnych powstających w przedsiębiorstwie.

W literaturze odnajdziemy tylko jedną pozycję poruszającą zagadnienia badań operacyjnych z wykorzystaniem programu WinQSB: [Desai, 2003], powstałą na University of Memphis. W publikacji tej brakuje jednak teoretycznej prezentacji problemów z zakresu badań operacyjnych, gdyż ma ona charakter instrukcji do oprogramowania (tzw. manual), choć w niepełnym zakresie funkcjonalności programu.

Rozdział 1. Programowanie liniowe

1.1. Modelowanie problemów decyzyjnych

Metody programowania liniowego są podstawowym działem zagadnień z zakresu badań operacyjnych. Służą one do budowania liniowych modeli, wspomagających rozwiązywanie problemów (zadań) decyzyjnych. Liniowe zadanie optymalizacyjne jest pewną klasą zadania programowania matematycznego, którego funkcja celu oraz zbiór warunków ograniczających są liniowe, czyli można je rozwiązać za pomocą metod optymalizacji liniowej.

Ogólna postać liniowego modelu decyzyjnego (zadania programowania liniowego), będącego wynikiem modelowania sytuacji decyzyjnej, jest następująca:

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \to \max \text{ lub } \min, \tag{1.1}$$

przy warunkach ograniczających

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n & \geqslant b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n & \geqslant b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n & \geqslant b_m \end{cases} . \tag{1.2}$$

Nie ma znaczenia fakt, że w warunkach ograniczających występuje nierówność typu „$\geqslant$" (można ją zastąpić równością lub nierównością typu „$\leqslant$"). Innymi słowy, zbiór warunków ograniczających może mieć postać układu równań i/lub słabych nierówności liniowych typu „$\geqslant$" i „$\leqslant$".

Funkcja z jest nazywana funkcją celu lub funkcją kryterium. Wskazuje ona kryterium wyboru decyzji optymalnej. Występujące w modelu współczynniki $c_1, c_2, \ldots, c_n$ są określane mianem współczynników funkcji celu, natomiast zmienne $x_1, x_2, \ldots, x_n$ noszą nazwę zmiennych decyzyjnych. Zmienne te są przedmiotem sterowania w procesie podejmowania decyzji (w sposób formalny opisują podejmowaną decyzję). Podejmowanie decyzji zawsze przebiega w warunkach pewnych ograniczeń, co formalnie wyrażają warunki ograniczające, przy czym współczynniki $a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{in}$ (dla $i = 1, 2, \ldots, m$) są określane współczynnikami warunków ograniczających, zaś $b_1, b_2, \ldots, b_m$ są wyrazami wolnymi warunków ograniczających.

Zadanie programowania liniowego, zapisane w postaci (1.1)–(1.2), można przedstawić w zapisie wektorowym:

$$z = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} \rightarrow \max \text{ lub } \min, \tag{1.3}$$

przy warunkach ograniczających

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{Ax} & \geqslant & \mathbf{b}, \\ & (\leqslant) & \\ & (=) & \end{array} \tag{1.4}$$

gdzie

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \ldots \\ c_n \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{bmatrix}.$$

Zadania programowania liniowego charakteryzują się dość prostym zapisem matematycznym oraz uniwersalnym i wydajnym algorytmem obliczeniowym.

Rozwiązywanie zadań programowania liniowego polega na wyznaczeniu wartości zmiennych decyzyjnych dla ekstremum warunkowego funkcji celu, przyjmując odpowiednio największą wartość funkcji celu dla zadania na maksimum, bądź najmniejszą – dla zadania na minimum. Rozwiązanie optymalne przy istniejących warunkach ograniczających można znaleźć za pomocą metody geometrycznej lub metody analitycznej. Najczęściej stosowaną metodą analityczną jest procedura iteracyjna opracowana przez G.B. Dantzinga, określana algorytmem simpleks lub metodą simpleks. Metoda geometryczna pozwala w prosty sposób wyznaczyć rozwiązanie optymalne, ale posiada ograniczenie do dwóch zmiennych decyzyjnych (przestrzeń dwuwymiarowa). Należy zauważyć, że zadanie wyjściowe może posiadać dowolną postać układu równań i nierówności warunków ograniczających.

Rozwiązanie problemu decyzyjnego za pomocą badań operacyjnych jest procedurą składającą się z następujących etapów [Siudak M., 2012, s. 9]:

1) rozpoznanie sytuacji decyzyjnej i wynikającego z niej problemu decyzyjnego;
2) budowa modelu decyzyjnego;
3) rozwiązanie zadania decyzyjnego;
4) ocena poprawności i realności uzyskanych rozwiązań oraz ewentualna weryfikacja modelu decyzyjnego;
5) przedstawienie rozwiązań decydentowi i ostateczne przygotowanie decyzji.

Zdecydowanie najtrudniejszym etapem jest konstrukcja modelu decyzyjnego, czyli matematycznej formalizacji rzeczywistego zadania optymalizacyjnego (określenie funkcji celu, kryterium wyboru, warunków ograniczających). Niewłaściwie skonstruowany model decyzyjny może prowadzić do podjęcia decyzji nieoptymalnej, przy czym po stronie kosztów należy uwzględnić poniesione nakłady i zasoby do jej przygotowania. Każdy model jest pewnego rodzaju przybliżeniem rzeczywistości w przedsiębiorstwie, aczkolwiek powinien on uwzględniać wszelkie czynniki mające istotny wpływ na podjęcie właściwej (optymalnej) decyzji. Warto pamiętać, że umiejętność budowy modeli decyzyjnych można nabyć poprzez analizę przykładowych – hipotetycznych – problemów decyzyjnych powstających w przedsiębiorstwach i wyrażanie ich w postaci sformalizowanych matematycznych problemów decyzyjnych, których rozwiązywanie wspomagają badania operacyjne. Modelowanie sytuacji problemowych, do których można zastosować metody badań operacyjnych, jest przedmiotem pracy [Pidd, 2003].

Budując liniowe modele decyzyjne, zazwyczaj korzysta się z tzw. aksjomatów liniowości. Przykładowo w obszarze funkcjonowania procesów produkcyjnych określa się dwa podstawowe aksjomaty liniowości modelu decyzyjnego (por. [Siudak M., 2012, s.14]):

1) addytywności – zakładający brak dodatkowych strat lub korzyści występujących na skali produkcji (zarówno w aspekcie technologicznym, jak i ekonomicznym);
2) proporcjonalności – zakładający stałość proporcji pomiędzy poniesionymi nakładami a uzyskanymi rezultatami.

W każdym wypadku należy przeprowadzić analizę, czy przyjęcie powyższych aksjomatów jest uzasadnione dla rzeczywistego problemu decyzyjnego.

Ze względu na dalsze rozważania, dokonamy klasyfikacji modeli decyzyjnych rozwiązywanych za pomocą programowania matematycznego według kryterium postaci zmiennych decyzyjnych na[1]:

1) modele decyzyjne, w których wszystkie zmienne są typu ciągłego;
2) modele decyzyjne zawierające co najmniej jedną zmienną dyskretną (czyli skokową).

Zmienne ciągłe rozwiązania optymalnego modelu decyzyjnego mogą przyjmować każdą wartość ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych (zazwyczaj w modelach decyzyjnych występują tzw. warunki brzegowe w postaci warunku ograniczającego, zakładającego z góry, że zmienne decyzyjne muszą być większe lub równe zeru). Natomiast zmienne dyskretne przyjmują wartości z niespójnego (skokowego) zbioru izolowanych punktów. Szczególnym przypadkiem zmiennych dyskretnych są zmienne całkowitoliczbowe – model z takimi zmiennymi określa się mianem zadania programowania całkowitoliczbowego, w którym przynajmniej jedna zmienna musi przyjmować wartość całkowitą. Innego rodzaju zmienną dyskretną jest tzw. zmienna binarna (zero-jedynkowa), która przyjmuje wartości 0 lub 1. Modele decyzyjne zawierające co najmniej jedną zmienną

[1] Nie jest to jedyne kryterium, według którego można dokonać podziału modeli decyzyjnych.

binarną są określane mianem zadania programowania binarnego. W stosunku do dyskretnych modeli decyzyjnych stosuje się odrębną klasę metod ich rozwiązywania.

W dalszych częściach niniejszego rozdziału zostaną zaprezentowane przykładowe zadania programowania liniowego i ich rozwiązania za pomocą metod geometrycznej oraz analitycznej wraz z pełną analizą i interpretacją uzyskanych wyników. Do ich rozwiązania wykorzystano oprogramowanie WinQSB wspomagające rozwiązywanie wielu zadań decyzyjnych za pomocą metod i modeli badań operacyjnych. Moduł programowania liniowego WinQSB umożliwia wyznaczenie rozwiązania optymalnego zarówno metodą geometryczną, jak i analityczną. Czytelnika zainteresowanego aspektami teoretycznymi programowania liniowego, w tym prezentacją algorytmu simpleks, odsyłamy do szeroko dostępnej literatury przedmiotu (np. [Siudak M., 2012]).

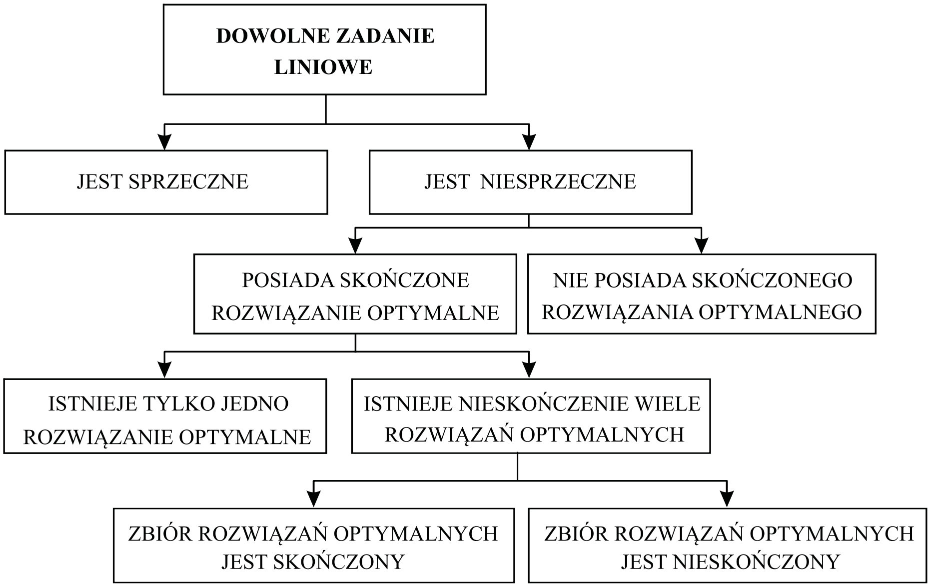
1.2. Rozwiązywanie zadań programowania liniowego metodą geometryczną

Dowolne rozwiązanie $x_1, x_2, \ldots, x_n$, spełniające układ równań i nierówności (1.2) jest rozwiązaniem dopuszczalnym zadania. Zbiór wszystkich rozwiązań dopuszczalnych, czyli zbiór rozwiązań układu równań i nierówności (1.2) będziemy dalej oznaczać przez X.

Rozwiązania bazowe układu warunków (1.2) będziemy nazywać dopuszczalnymi rozwiązaniami bazowymi, jeżeli spełniają one dodatkowo warunek brzegowy: $x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0, \ldots, x_n \geqslant 0$.

Rozwiązania optymalnego należy poszukiwać wśród bazowych rozwiązań dopuszczalnych układu ograniczeń. Ponieważ wektor bazowych rozwiązań dopuszczalnych jest punktem wierzchołkowym zbioru rozwiązań dopuszczalnych (X), więc rozwiązanie optymalne leży w jednym z wierzchołków zbioru rozwiązań układu równań i nierówności, a w szczególnym przypadku również na całej krawędzi tego zbioru. Rozwiązaniem optymalnym zadania programowania liniowego na maksimum (minimum) jest to rozwiązanie, które spośród bazowych rozwiązań dopuszczalnych osiąga największą (najmniejszą) wartość funkcji celu. W przypadku, gdy zbiór rozwiązań dopuszczalnych jest pusty ($X = \emptyset$), zadanie jest sprzeczne. Klasyfikację możliwych wyników rozwiązania zadania liniowego przedstawiono na rys. 1.1.

Rozwiązanie zadania liniowego metodą geometryczną polega na:
- graficznym wyznaczeniu zbioru rozwiązań dopuszczalnych (graficzne rozwiązanie układu równań i nierówności stanowiących układ warunków ograniczających),
- graficznym wyznaczeniu punktu (punktów) optymalnego poprzez wyznaczenie kilku warstwic funkcji celu.



Rysunek 1.1. Klasyfikacja możliwych wyników rozwiązania zadania programowania liniowego

Źródło: opracowanie własne.

Należy podkreślić, iż moduł programowania liniowego programu WinQSB automatycznie znajduje warstwicę funkcji celu w punkcie (punktach) odpowiadającym najmniejszej wartości funkcji kryterium dla zadania na minimum lub odpowiadającym największej wartości funkcji kryterium dla zadania na maksimum.

Za pomocą kolejnych przykładów z zakresu zarządzania i organizacji produkcji przeanalizujemy możliwości uzyskania wyników rozwiązania zadania programowania liniowego.

Przykład 1.1.
Przedsiębiorstwo produkuje dwa rodzaje produktów (P_1 i P_2). Zysk ze sprzedaży jednej tony produktu P_1 wynosi 1000 złotych, a z jednej tony produktu P_2 2000 złotych. Do produkcji są wykorzystywane dwa surowce: SS_1 i SS_2, których ilość dostępna w ciągu jednej doby wynosi odpowiednio 8 ton i 3 tony. Ilości surowców (w tonach) wykorzystywane do produkcji jednej tony produktu P_1 i jednej tony produktu P_2 zamieszczono w tabeli 1.1. Oba wyroby charakteryzują się wysoką podzielnością.

Tabela 1.1. Zapotrzebowanie na surowce do produkcji oraz ich dostępne zasoby

Produkt / Surowiec	P_1	P_2	Dostępne zasoby
S_1 [tony]	2	2	8
S_2 [tony]	0	1	3

Źródło: opracowanie własne.

Ile ton dziennie należy produkować produktów P_1 i P_2, aby zysk ze sprzedaży był największy?

Rozwiązanie

Oznaczamy przez x_1 (zmienna decyzyjna 1) ilość ton produkcji produktu P_1, a przez x_2 (zmienna decyzyjna 2) ilość ton produktu P_2. Zadanie programowania liniowego przyjmuje postać poniższego modelu

$$z = 1000x_1 + 2000x_2 \to \max, \tag{1.5}$$

przy warunkach ograniczających

$$2x_1 + 2x_2 \leqslant 8 \tag{1.6}$$

$$x_2 \leqslant 3 \tag{1.7}$$

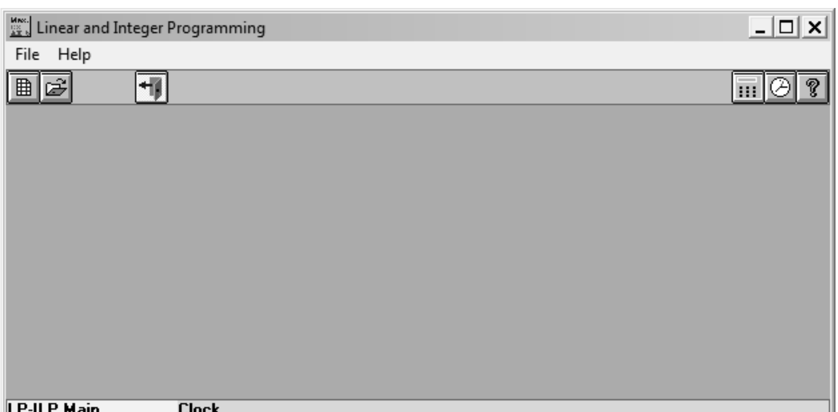
$$x_1, x_2 \geqslant 0. \tag{1.8}$$

Funkcja celu określa poszukiwanie takiej struktury produkcji, aby uzyskać największy (maksymalny) zysk ze sprzedaży produktów P_1 i P_2.

Pierwszy warunek ograniczający oznacza, iż nie można wykorzystać więcej niż 8 ton zasobu surowca SS_1, który do produkcji 1 tony produktu P_1 jest wykorzystywany w ilości 2 ton, a do produkcji 1 tony produktu P_2 również w ilości 2 ton. Drugi warunek ograniczający zakłada, iż do produkcji 1 tony produktu P_2 jest wykorzystywana 1 tona surowca S_2, którego ilość jest limitowana do 3 ton.

Trzeci warunek ograniczający został wprowadzony ze względu na to, iż przedsiębiorstwo nie może wyprodukować ujemnej wielkości produktów P_1 i P_2 (warunek nieujemności zmiennych decyzyjnych). Tego typu warunki ograniczające określa się mianem warunków brzegowych.

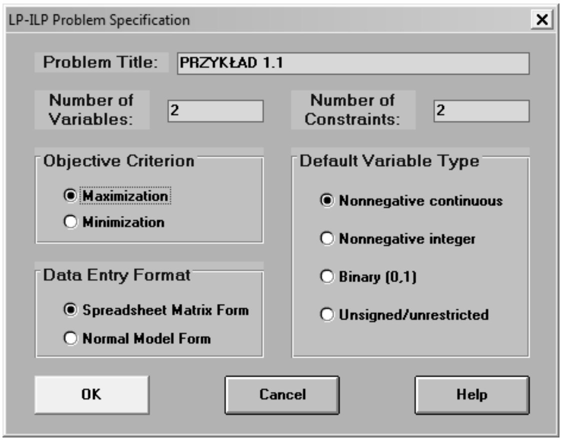
Do rozwiązania powyższego zadania decyzyjnego zastosujemy moduł programowania liniowego programu WinQSB. W tym celu należy uruchomić program, wybierając z listy dostępnych programów polecenie `WinQSB` i dalej moduł `Linear and Integer Programming` (programowanie liniowe i całkowitoliczbowe). Po uruchomieniu programu pojawi się okno jak na rys. 1.2.



Rysunek 1.2. Okno startowe modułu `Linear and Integer Programming` programu WinQSB

Po uruchomieniu programu, użytkownik ma do wyboru dwie opcje: 1) wprowadzić nowy problem decyzyjny (od początku); 2) załadować uprzednio wprowadzony i zapisany problem decyzyjny. Aby wprowadzić od początku nowy problem do programu, należy wybrać z menu polecenie `File/New problem`. Zostanie wówczas wyświetlone okno (rys. 1.3), w którym dokonuje się specyfikacji problemu. W oknie tym należy określić:

– tytuł problemu (`Problem Title`),
– liczbę zmiennych występujących w modelu (`Number of Variables`),
– liczbę warunków ograniczających (`Number of Constraints`),
– ekstremum funkcji celu (`Objective Criterion`) – kryterium funkcji celu może zostać określone jako maksimum (`maximization`) lub minimum (`minimization`),
– domyślny typ zmiennych (`Default Variable Type`) – typ może zostać określony jako zmienna nieujemna ciągła (`Nonnegative continuous`), zmienna nieujemna całkowitoliczbowa (`Nonnegative integer`), zmienna binarna (`Binary (0, 1)`), zmienna nieograniczona ciągła (`Unsigned/unrestricted`),
– format wprowadzania danych (`Data Entry Format`) – może to być formularz skoroszytu (`Spreadsheet Matrix Form`) bądź formularz modelu (`Normal Model Form`).



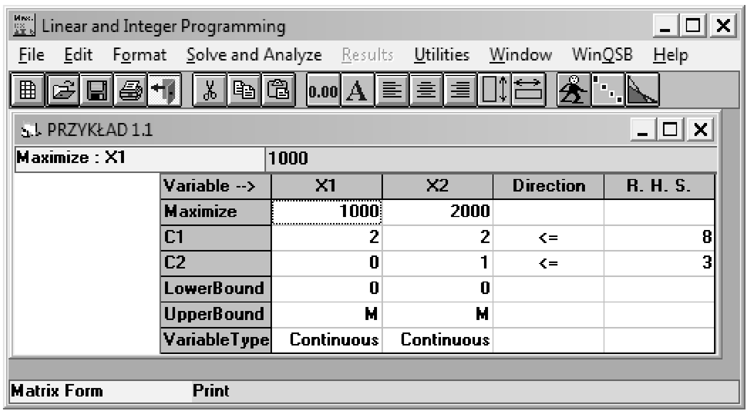
Rysunek 1.3. Okno specyfikacji nowego problemu decyzyjnego

Oczywiście na dalszym etapie pracy z programem można dokonywać zmian specyfikacji, łącznie ze zmianą ekstremum funkcji celu, dodawaniem/usuwaniem zmiennych, warunków ograniczających czy zmianą typu zmiennych.

Model decyzyjny zapisany za pomocą równań (1.5)–(1.8) zawiera dwie zmienne decyzyjne oraz dwa warunki ograniczające, a funkcja celu dąży do maksimum. W tym miejscu należy zaznaczyć, że do programu WinQSB nie ma sensu wprowadzać dodatkowo warunku brzegowego (1.8), ponieważ warunek nieujemności zmiennych jest spełniony poprzez określenie ich typu jako zmiennych nieujemnych ciągłych (`Nonnegative continuous`). Zmienne decyzyjne są oczywiście zmiennymi ciągłymi ze względu na założenie ich nieskończonej podzielności[2]. Każda zmienna typu ciągłego może przyjąć dowolną wartość ze zbioru liczb rzeczywistych.

[2] Modele, w których występują zmienne całkowitoliczbowe, będą omawiane w podrozdziale 1.4.

Preferowanym formatem wprowadzania danych jest zwykły skoroszyt, przypominający arkusz kalkulacyjny MS Excel. Po zatwierdzeniu (przycisk `OK`) przechodzimy do formularza wprowadzania parametrów zadania decyzyjnego programowania liniowego, co zaprezentowano na rys. 1.4.



Rysunek 1.4. Arkusz służący do wprowadzania parametrów zadania programowania liniowego z przykładu 1.1

Arkusz wprowadzania parametrów zadania programowania liniowego jest skonstruowany w postaci tabeli, której kolumny składają się z kolejnych zmiennych decyzyjnych. Domyślnie są one określane symbolem `X` z kolejnymi numerami porządkowymi (w tym przypadku mamy `X1` i `X2`). Ostatnie dwie kolumny służą do określania kierunku nierówności (ewentualnie określenia równości) warunków ograniczających (`Direction`) oraz wartości wyrazów wolnych tychże warunków (`R. H. S.`)[3].

Pierwszy wiersz dotyczy tylko i wyłącznie funkcji celu, kolejne zaś – poszczególnych warunków ograniczających. Domyślnie są one oznaczone literą `C` (od słowa *constraint*) z kolejnymi liczbami porządkowymi (w analizowanym przykładzie są to `C1` i `C2`). Ostatnie trzy wiersze służą do określania typu zmiennych: dolne ograniczenie (`LowerBound`), górne ograniczenie (`UpperBound`) i typ zmiennych (`Variable Type`). Dla górnego ograniczenia oraz symetrycznie dla dolnego ograniczenia mogą pojawić się następujące symbole: M i $-M$. Symbol M oznacza bardzo dużą liczbę (oznaczenie zostało wprowadzone w metodzie kar[4] wyznaczania początkowego dopuszczalnego rozwiązania bazowego), tak dużą, że w przypadku, gdy parametr a jest liczbą dodatnią, to dla dowolnych liczb $a, b \in R$ spełniona będzie nierówność $aM - b > 0$. Przykładowe nierówności

$$0{,}00001M - 1\,000\,000\,000 > 0$$

lub

$$-0{,}00001M + 1\,000\,000\,000 < 0$$

są spełnione za względu na liczbę M.

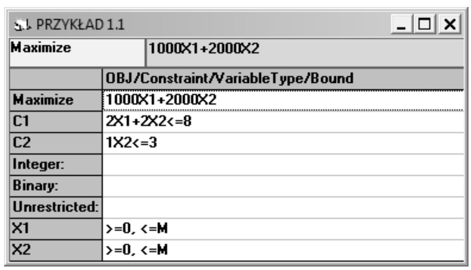
[3] Czyli wartości prawych stron układu równań i nierówności, stąd też skrót `R. H. S.` (`Right Head Side`).

[4] Metoda kar zostanie omówiona w podrozdziale 1.3.

Dla każdej zmiennej decyzyjnej można dokonać zmiany jej typu poprzez dwukrotne kliknięcie w komórkę zawierającą typ zmiennej. Wówczas automatycznie zmianie ulegają dolne i górne ograniczenie. W podobny sposób można dokonywać zmiany kierunku nierówności (lub zmiany na równość i odwrotnie) poszczególnych warunków ograniczających[5].

Oczywiście każde nowo wprowadzone zadanie decyzyjne może zostać zapisane lub wydrukowane (opcje z menu `File`). Do aktualnego zadania można wprowadzać odpowiednie modyfikacje za pomocą poleceń z menu `Edit`:
– zmiana tytułu problemu (`Problem Name`),
– zmiana nazw zmiennych decyzyjnych (`Variable Names`),
– zmiana nazw warunków ograniczających (`Constraint Names`),
– zmiana ekstremum funkcji celu (`Objective Function Creation`),
– dołączenie nowej zmiennej decyzyjnej (`Insert a Variable`),
– usunięcie zmiennej decyzyjnej (`Delete a Variable`),
– dołączenie nowego warunku ograniczającego (`Insert a Constraint`),
– usunięcie warunku ograniczającego (`Delete a Constraint`).

Można także przełączyć tryb wprowadzania danych zadania decyzyjnego na formularz modelu (co pokazano na rys. 1.5), wybierając z menu `Format` polecenie `Switch to Normal Model Form`.


PRZYKŁAD 1.1

Maximize	1000X1+2000X2
	OBJ/Constraint/VariableType/Bound
Maximize	1000X1+2000X2
C1	2X1+2X2<=8
C2	1X2<=3
Integer:	
Binary:	
Unrestricted:	
X1	>=0, <=M
X2	>=0, <=M

Rysunek 1.5. Formularz modelu dla zadania programowania liniowego z przykładu 1.1

Na rysunku 1.5. został przedstawiony model decyzyjny programowania liniowego z przykładu 1.1, którego odpowiednikiem jest model na rys. 1.4. Ponieważ zadanie opisane równaniami (1.5)–(1.8) zawiera dwie zmienne decyzyjne, zatem można je rozwiązać metodą geometryczną w układzie współrzędnych (dwuwymiarowa przestrzeń geometryczna). Niezależnie od rodzaju formularza wprowadzania danych, aby rozwiązać zadanie metodą geometryczną należy wybrać z menu `Solve and Analyze` polecenie `Graphic Method`. Wyświetlone zostanie okno dialogowe (rys. 1.6) służące do przypisania każdej z dwóch zmiennych decyzyjnych do osi odciętych i osi rzędnych. Po zaakceptowaniu (w większości przypadków można przyjąć domyślny układ osi współrzędnych) zostanie wyświetlone rozwiązanie zadania decyzyjnego metodą geometryczną – w tym przypadku jest to rozwiązanie przykładu 1.1, co przedstawiono na rys. 1.7.

Obszar zakreskowany stanowi zbiór rozwiązań dopuszczalnych X. Wynika on z dwóch warunków ograniczających (`C1` i `C2`) oraz warunku brzegowego $(x_1, x_2 \geqslant 0)$. Prosta oznaczona symbolem C1 wyznacza półpłaszczyznę z warunku ograniczające-

[5] Jest to pomocne w przypadku zadań, w których występuje kilkaset lub więcej zmiennych i kilkaset lub więcej warunków ograniczających.